

Правительство Российской Федерации

**Государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего профессионального образования**

«Государственный университет –

Высшая школа экономики»

Факультет прикладной политологии

Программа дисциплины

Математика в политологии: введение

для направления 030200.62

«Политология»

подготовки бакалавра

Авторы: к.ф.-м.н., профессор Макаров А.А.
преподаватель Стукал Д.К.

Рекомендована секцией УМС
«Политология»
Председатель

_____ 2011 г.
« ____ » _____

Одобрена на заседании кафедры
высшей математики
Зав. кафедрой проф. Макаров А.А.

_____ 2011 г.
« ____ » _____

Утверждена УС факультета
Прикладной политологии
Ученый секретарь

Москва, 2011

Пояснительная записка

Авторы программы: к.ф.-м.н., профессор Макаров Алексей Алексеевич
преподаватель Стукал Денис Константинович

Требования к студентам:

Курс «Математика в политологии: введение» предназначен для студентов 1 курса бакалавриата факультета прикладной политологии.

Для успешного освоения материала курса студенты должны владеть знаниями по математике в объеме средней школы.

Цель курса

Цель данного курса – дать студентам начальные представления о применении математического инструментария к анализу политических процессов.

Задачи курса

В соответствии с поставленной целью, курс решает следующие задачи:

1. формирование первичных представлений об особенностях социально-экономических и политологических показателей и методах их получения;
2. формирование первичных представлений о вероятностно-статистических методах, применяемых в социальных науках;
3. первичное знакомство студентов с теоретико-игровыми моделями в политологии;
4. знакомство студентов с простейшими прогнозными моделями как примерами применения математического анализа.

Тематический план учебной дисциплины

№	Наименование разделов	Аудиторные часы		Самостоятельная работа	Всего
		Лекции	Практические занятия		
1	Понятия и инструменты математического анализа и дискретной математики в политологии	12	12	36	60
2	Стохастическая информация: ее интерпретация и использование в политологии	22	24	48	94
3	Начала многомерного анализа данных и математические модели социально-экономических процессов	8	8	24	40
4	Теоретико-игровой подход в задачах политологии	4	4	14	22
	ИТОГО	46	48	122	216

Базовые учебники:

Тюрин Ю.Н. и др. Теория вероятностей и статистика / Ю.Н. Тюрин, А.А. Макаров, И.Р. Высоцкий, И.В. Яценко. – М.: МЦНМО, 2008. – 256 с.

Содержание учебника

Глава 1. Таблицы

Глава 2. Диаграммы

Глава 3. Описательная статистика

Глава 4. Случайная изменчивость

Глава 5. Случайные события и вероятность

Глава 6. Математическое описание случайных явлений

Глава 7. Вероятности случайных событий. Сложение и умножение вероятностей

Глава 8. Элементы комбинаторики

Глава 9. Геометрическая вероятность

Глава 10. Испытания Бернулли

Глава 11. Случайные величины

Глава 12. Числовые характеристики случайных величин

Глава 13. Случайные величины в статистике

Кимбл Г. Как правильно пользоваться статистикой. - М.: Финансы и статистика, 1982. - 294 с.

Содержание учебника

Глава 1. Природа статистики

Глава 2. Графическое изображение данных

Глава 3. Частотные распределения

Глава 4. Задачи науки

Глава 5. Законы случайностей

Глава 6. Нормальная кривая

Глава 7. Выборочный метод и познание мира

Глава 8. Корреляция

Глава 9. Действительные и мнимые корреляционные связи

Глава 10. ANOVA

Формы контроля:

- Текущий контроль: осуществляется на практических занятиях в форме оценки выполнения студентами заданий и проведения проверочных работ. Текущий контроль включает в себя также оценку домашнего задания, выполняемого студентами в индивидуальном порядке, и двух контрольных работ.
- Промежуточный контроль – зачет.
- Итоговый контроль – зачет.

Промежуточная оценка по учебной дисциплине складывается из следующих элементов:

- работа на практических занятиях
- контрольная работа
- промежуточный зачет

Оценки за работу на практических занятиях и контрольную работу формируют *накопленную оценку*, являющуюся результатом округления до целого числа значения следующей формулы:

$$O_{\text{накоп. I}} = (W_{\text{практич. занятия}} \times O_{\text{практич. занятия}}) + (W_{\text{кр1.}} \times O_{\text{кр1.}}), \text{ где}$$

$$W_{\text{практич. занятия}} = 0.5$$

$$W_{\text{кр1.}} = 0.5$$

Промежуточная оценка по дисциплине рассчитывается как взвешенная сумма накопленной оценки и оценки за промежуточный зачет по следующей формуле:

$$O_{\text{промежут.}} = (W_{\text{накоп. I}} \times O_{\text{накоп. I}}) + (W_{\text{зачет. I}} \times O_{\text{зачет. I}}), \text{ где}$$

$$W_{\text{накоп. I}} = 0.5$$

$$W_{\text{зачет. I}} = 0.5$$

Указанная схема формирования промежуточной оценки – *в соответствии с п.16 Положения об организации контроля знаний (утверждено протоколом Ученого совета НИУ ВШЭ от 24 июня 2011 № 26)* – применяется только при наличии положительного результата выполнения задания на промежуточном зачете (т.е. при получении студентами по этому заданию не менее 4 баллов). В противном случае независимо от накопленной оценки студенту выставляется оценка «незачет».

Результирующая оценка по учебной дисциплине складывается из следующих элементов:

- работа на практических занятиях в течение всего курса
- домашнее задание
- две контрольных работы
- итоговый зачет

Оценки за работу на практических занятиях, домашнее задание и две контрольных работы формируют *накопленную оценку*, являющуюся результатом округления до целого числа значения следующей формулы:

$$O_{\text{накоп. II}} = (W_{\text{практич. занятия}} \times O_{\text{практич. занятия}}) + (W_{\text{кр1.}} \times O_{\text{кр1.}}) + (W_{\text{кр2.}} \times O_{\text{кр2.}}) + (W_{\text{дз}} \times O_{\text{дз}}), \text{ где}$$

$$W_{\text{практич. занятия}} = 0.3$$

$$W_{\text{кр1.}} = 0.2$$

$$W_{\text{кр2.}} = 0.2$$

$$W_{\text{дз}} = 0.3$$

Результирующая оценка по дисциплине рассчитывается как взвешенная сумма накопленной оценки и оценки за итоговый зачет по следующей формуле:

$$O_{\text{результ.}} = (W_{\text{накоп. II}} \times O_{\text{накоп. II}}) + (W_{\text{зачет. II}} \times O_{\text{зачет. II}}), \text{ где}$$

$$W_{\text{накоп. II}} = 0.7$$

$$W_{\text{зачет. II}} = 0.3$$

Указанная схема формирования результирующей оценки – *в соответствии с п.16 Положения об организации контроля знаний (утверждено протоколом Ученого совета НИУ ВШЭ от 24 июня 2011 № 26)* – применяется только при наличии положительного результата выполнения задания на итоговом зачете (т.е. при получении студентами по этому заданию не менее 4 баллов). В противном случае независимо от накопленной оценки студенту выставляется оценка «незачет».

Оценка в 5-тибалльной и 10-тибалльной шкале выставляется в ведомость и зачетную книжку студента.

Таблица соответствия оценок по десятибалльной и пятибалльной системе.

По десятибалльной шкале	По пятибалльной шкале
1- весьма неудовлетворительно 2- очень плохо 3- плохо	2- неудовлетворительно
4- удовлетворительно 5- весьма удовлетворительно	3- удовлетворительно
6- хорошо 7- очень хорошо	4- хорошо
8- почти отлично 9- отлично 10- блестяще	5- отлично

Содержание программы:

Тема 1. Понятия и инструменты математического анализа и дискретной математики в политологии

Количественные показатели в политологии и политике, их особенности. Элементарные функции в политологии, примеры. Экстремумы функций. Производные. Основные правила комбинаторики и их использование в политологии.

Основная литература по теме:

1. Шикин Е.В., Шикина Г.Е. Гуманитариям о математике. – М.: АГАР, 1999. – С. 85–162.

Дополнительная литература по теме:

1. Виленкин Н.Я., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика. – Ф.: ФИМА, МЦНМО, 2006. – С. 9 – 80.
2. Ахтямов А.М. Математика для социологов и экономистов : Учеб. пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. Гл. 6, 10.

Тема 2. Стохастическая информация: ее интерпретация и использование в политологии

Понятия случайности и случайного выбора как механизма получения репрезентативной информации. Выборочные обследования. Результаты выборных кампаний при равенстве шансов кандидатов.

Вероятность. Практически достоверные и невозможные события. Понятие случайной величины. Основные числовые характеристики случайных величин. Понятия функции распределения и плотности распределения. Экспоненциальное распределение и его применение в политологии. Биномиальное распределение: основные математические свойства, применение при проверке эффекта информационного воздействия (критерий знаков). Нормальное распределение: основные характеристики, связь с биномиальным распределением, примеры «нормальных» социально-политических и экономических случайных величин.

Статистика как наука о государстве. Статистические показатели как случайные величины. Вариация отдельных статистических показателей и политические спекуляции.

Принятие решений в условиях стохастической неопределенности. Введение в проверку статистических гипотез и доверительное оценивание.

Основная литература по теме:

1. Кимбл Г. Как правильно пользоваться статистикой. - М.: Финансы и статистика, 1982. – С.15-172.

Дополнительная литература по теме:

1. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Симонова Г.И. Теория вероятностей: учебник для экономических и гуманитарных специальностей. – М.: МЦНМО, 2009. – 256 с.
2. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Анализ данных на компьютере: учебное пособие. – М.: ИД «ФОРУМ», 2008. Гл. 1, 4.

Тема 3. Начала многомерного анализа данных и математические модели социально-экономических процессов

Задача иерархической кластеризации. Метрики в многомерных пространствах. Способы агломерации. Меры зависимости в различных шкалах измерений. Коэффициенты корреляции и таблицы сопряженности. Коэффициент детерминации и его применение к анализу результатов выборов. Математические модели взаимосвязи показателей. Математические модели социально-экономических процессов.

Основная литература по теме:

1. Кимбл Г. Как правильно пользоваться статистикой. - М.: Финансы и статистика, 1982. – С.173-237.
2. Моосмюллер Г., Ребик Н.Н. Маркетинговые исследования с SPSS : Учеб. пособие. – М.: ИНФРА-М, 2007. – С. 112-130.

Дополнительная литература по теме:

1. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Анализ данных на компьютере: учебное пособие. – М.: ИД «ФОРУМ», 2008. Гл. 9, 12.
2. Ахременко А.С. Политический анализ и прогнозирование : учеб. пособие / А.С. Ахременко. – М.: Гардарики, 2006. Гл.4.

Тема 4. Теоретико-игровой подход в задачах политологии

Теория игр в политологии: история развития. Модели конфликтов и споров. Введение в теорию рационального выбора.

Основная литература по теме:

1. Арнольд В.И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели. – М.: МЦНМО, 2000. – С. 4-26.

Дополнительная литература по теме:

1. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. / Пер. с англ. Г.И. Жуковой, Ф.Я. Кельмана. – М.: Айрис-пресс, 2002. Гл. 6.
2. Шикин Е.В. От игр к играм: Математическое введение. – М.: КомКнига, 2006. – 112 с.
3. Morrow, J. D. Game theory for political scientists. Princeton Princeton University Press, 1994. Ch. 1–4.

Содержание домашнего задания

Домашнее задание предполагает подготовку студентом письменных ответов на нижеследующие вопросы и задания.

1. Приведите примеры «показателей политического курса» и «собственно политических показателей», доступных российским политологам.
2. Есть ли различия в наборе показателей, необходимых политологу для изучения политических процессов в демократических и недемократических политических режимах?
3. Приведите примеры показателей политической статистикой, при работе с которыми можно столкнуться с «парадоксом Симпсона».
4. На столе лежит 2 пары мешков с конфетами: 2 красных мешка и 2 синих. В каждом мешке помимо конфет лежат еще пустые фантики. Вам предлагают наугад вытащить из мешков конфету. Фантик вытаскивать не хочется.
Первый красный мешок лучше первого синего: в первом красном мешке 8 конфет и 9 пустышек, а в первом синем – 4 конфеты и 5 пустышек.
Второй красный мешок тоже лучше второго синего: во втором красном мешке 7 конфет и 7 пустышек, а во втором синем – x конфет и y пустышек.
Существуют ли такие x и y , что при объединении двух красных мешков в один большой красный, а двух синих мешков в один большой синий окажется, что большой синий мешок лучше, чем большой красный?
5. Придумайте и решите задачу социолого-политологического характера, иллюстрирующую «парадокс Симпсона».

Вопросы для рубежной оценки качества усвоения дисциплины

1. Сколькими способами можно ответить на тест, в котором 5 вопросов, на каждый из которых предложено 2 ответа?
2. Вы член жюри и должны присудить места 5 участникам конкурса. Итого Вам нужно присудить 5 мест. Сколько способов это сделать у Вас есть?
3. В группе 20 человек: 5 юношей и 15 девушек. Случайным образом выбирают 3 человек. Найдите вероятность того, что все трое – юноши.
4. Как получить репрезентативную выборку?
5. Преимущества не очень большой, но репрезентативной выборки перед большой, но нерепрезентативной была продемонстрирована:
 - Джорджем Гэллапом, Элмо Роупером и Арчибальдом Кроссли в ходе очередной избирательной кампании Ф.Д. Рузвельта в США;
 - Якобом Бернулли в 1713 г. в книге «Искусство предположения»;
 - редакцией журнала «Литературное обозрение» (“Literary Digest”) перед президентскими выборами в США 1936 г.;
 - Пьером-Симоном Лапласом в 1812 г. в книге «Аналитическая теория вероятностей».
6. Рассмотрим функцию $y = p \times (1 - p)$. Она достигает максимума в точке:
7. Найдите вторую производную функции $y = p \times (1 - p)$
8. Команда политологов проводит электоральное исследование в Москве и Рязани. Необходимо сформировать репрезентативную выборку с погрешностью не более 3 процентных пунктов при уровне доверия 0,99. Где и почему выборка должна быть больше?
9. Выборочное исследование показало, что за партию Блаженных Хомячков собираются проголосовать 60% избирателей Сусландии. Точность этой выборочной оценки равна 2 процентным пунктам. Мы хотим увеличить точность до 0,5 процентного пункта. Что нам нужно сделать с выборкой?
10. Проведено электоральное социологическое исследование. Оказалось, что за партию В.В.Незнайки собираются проголосовать 70% избирателей. Объем выборки составил 2100 человек. Уровень доверия равен 0,99. Чему равна статистическая погрешность выборки?

11. Почему в 1976 г. в США в ходе предвыборной борьбы между Дж. Картером и Фордом стала возможна полемика о величине безработицы в стране? Ведь были известны данные статистической службы США.

12. Какой математико-статистический показатель определяется формулой:

$$\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

13. Что показывает дисперсия случайной величины?

14. Что показывает математическое ожидание случайной величины?

15. В больнице с полоумным главным врачом решили вычислить среднюю температуру больных. Измерять температуру у всех пациентов желания и времени у врачей не было, поэтому ограничились 100 пациентами стационара. Оказалось, что средняя температура равна 37 градусам. Дисперсия полученных данных равна 1600 квадратным градусам. Найдите доверительный интервал для истинной средней температуры по больнице при уровне доверия 0,95.

16. Бросаем монетку 7 раз. Как называется распределение вероятностей, которому подчиняется случайная величина «число выпавших орлов»?

17. Чему равна вероятность того, что при 8 бросках монеты выпадет 3 орла.

18. Что такое испытание Бернулли?

19. Средний срок существования авторитарного режима в некотором регионе равен 8 годам. Чему равна вероятность того, что авторитарный режим просуществует не более 5 лет?

20. Вам предлагается инвестировать в некоторый крупный проект. Если инвестиционный проект окажется успешным, то Ваш капитал вырастет на 10%. В противном случае он уменьшится на 20%. Вероятность успешной реализации инвестиционного проекта равна p . При каком минимальном значении p Вам, как ожидается, будет выгодно участвовать в инвестиционном проекте?

21. Если перед нами стандартное нормальное распределение, то какому значению x будет соответствовать макушка «колокольчика Гаусса»?

22. Если наши данные имеют нормальное распределение, а мы хотим, чтобы они имели стандартное нормальное распределение, что нужно сделать?

23. Бросаем игральную кость (кубик) 60 раз. Чему равно математическое ожидание случайной величины «число выпавших троек»?

24. Вас просят дать прогноз того, сколько протестных выступлений произойдет в течение ближайшей недели в г. N. Путем экспертных опросов Вы установили, что вероятность протестного выступления в течение недели в отдельном районе г. N (всего их 10) равна 0.7. Предполагая, что:

- в течение недели в каждом районе города может произойти максимум одно выступление;
- все районы города однородны в плане склонности к протестным выступлениям;
- районы не «заражают» друг друга протестными настроениями,

вычислите ожидаемое число протестных выступлений в г. N.

25. Исходя из условия предыдущей задачи, вычислите вероятность того, что в течение следующей недели произойдет от 6 до 8 выступлений.

Вопросы для итоговой оценки качества усвоения дисциплины

1. Социологический опрос содержит 4 вопроса, на каждый из которых есть 3 варианта ответа. Сколькими различными способами можно ответить на все вопросы этого опроса:

1. 12 способами;
2. 81 способом;
3. 7 способами;
4. 64 способами

2. Из группы 10-ти студентов надо выбрать 2-х для прохождения тестирования. Сколькими способами это можно сделать, если порядок выбора не существен:

1. 45 способами;
2. 10 способами;
3. 100 способами;
4. 1024 способами.

3. Число «успехов» в n испытаниях Бернулли может принимать:
1. Любое значение на отрезке числовой оси от нуля до n ;
 2. Целые положительные значения от нуля до n ;
 3. Любое значение от нуля до единицы;
 4. Только одно единственное значение – единицу.
4. Числовой характеристикой изменчивости случайной величины является:
1. Математическое ожидание;
 2. Медиана;
 3. Дисперсия;
 4. Максимальное значение.
5. Если для двух показателей коэффициент корреляции Спирмена, рассчитанный по большому массиву данных, близок к 1, то:
1. Показатели независимы;
 2. Чем больше один показатель, тем меньше другой;
 3. Чем больше один показатель, тем больше другой;
 4. Ничего нельзя сказать об их взаимосвязи.
6. Математическое ожидание случайной величины характеризует:
1. Ее значение в среднем;
 2. Вероятность того, что случайная величина положительна;
 3. Её связь с элементарным исходом эксперимента;
 4. Изменчивость этой случайной величины.
7. Ранг наблюдения в выборке - это:
1. Номер наблюдения в упорядоченной совокупности;
 2. Минимальное значение выборки;
 3. Первая цифра в записи наблюдения;
 4. Характеристика разброса.
8. Среднее арифметическое значение элементов случайной выборки служит оценкой:
1. Математического ожидания;
 2. Разброса элементов выборки;
 3. Взаимосвязи элементов выборки;
 4. Вероятности того, что в выборке нет совпадающих значений.
9. Перед Вами данные об уровне демократии и уровне эффективности органов государственной власти в 5 странах мира. Показатель уровня демократии изменяется от 0 до 10 (10 – максимально демократическое государство). Показатель эффективности органов государственной власти

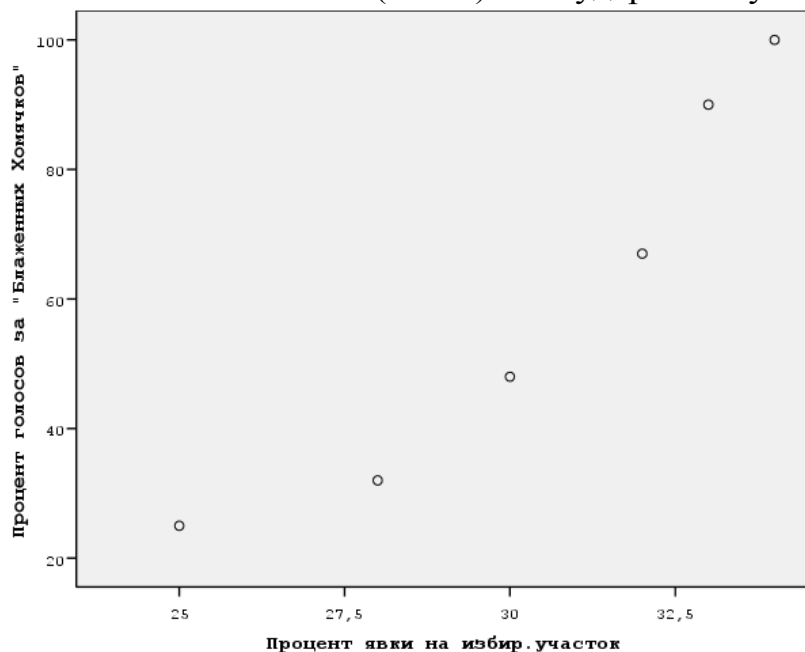
является экспертной оценкой и также варьирует от 0 до 10 (10 – максимальная эффективность).

Используя представленные данные, вычислите коэффициент корреляции К. Пирсона между уровнем эффективности государственной власти и уровнем демократии.

Дайте содержательную интерпретацию полученных результатов.

Номер наблюдения	Уровень демократии	Оценка эффективности гос.органов
1	2	4
2	4	6
3	6	7
4	8	10
5	10	8

10. Ниже представлены данные по избирательным округам о связи между явкой на выборы (ось X) и процентом голосов, отданных за партию «Блаженные Хомячки» (ось Y) в государстве Сусландия.



Чему в данном случае равен коэффициент корреляции Ч.Э. Спирмена? Ответ обоснуйте.

Дайте политологическое объяснение того, что это может значить.

11. В тесте 48 вопросов, к каждому из которых предложено по 4 варианта ответа. Чему равна вероятность того, что ученик, отвечающий на вопросы наобум, даст от 15 до 21 верного ответа? Проведите необходимые расчеты, дайте ответ.

12. Одним из широко распространенных интегральных показателей человеческого капитала является рассчитываемый ООН индекс развития человеческого потенциала (ИРЧП), разработанный в 1990 г. Это интегральный показатель, включающий в себя:

- Средняя продолжительность предстоящей жизни при рождении
- Уровень грамотности взрослого населения страны
- Уровень жизни (ВВП на душу населения при паритете покупательной способности (ППС) в долларах США)

Перед Вами характеристики 2 стран мира по составляющим этого индекса:

- А (75; 85; 52000)
- В (55; 60; 2500)

Определите, к какой из этих стран ближе страна С (60; 80; 12250)? Используйте «расстояние Манхеттен».

13. Некоторые исследователи утверждают, что между уровнем демократии и темпом экономического роста наблюдается нелинейная (квадратичная) связь. Допустим, на основе статистического анализа данных мы установили, что эта связь может быть описана квадратической функцией следующего вида:

$$\text{Эк. рост} = -21,25 + 62 \times (\text{уровень демократии}) - 7 \times (\text{уровень демократии})^2$$

Эк. рост измеряется в **процентах прироста ВВП/чел.** Уровень демократии – это индекс, принимающий любое значение в диапазоне от 0 до 10.

а) схематично постройте график этой функции, отметив значения функции при минимальном и максимальном уровне демократии.

б) при каком уровне демократии экономический рост оказывается наибольшим? Проведите необходимые расчеты.

в) Укажите, при каких значениях уровня демократии наблюдается положительный экономический рост.

Автор программы _____ / А.А. Макаров /

Автор программы _____ / Д.К. Стукал /